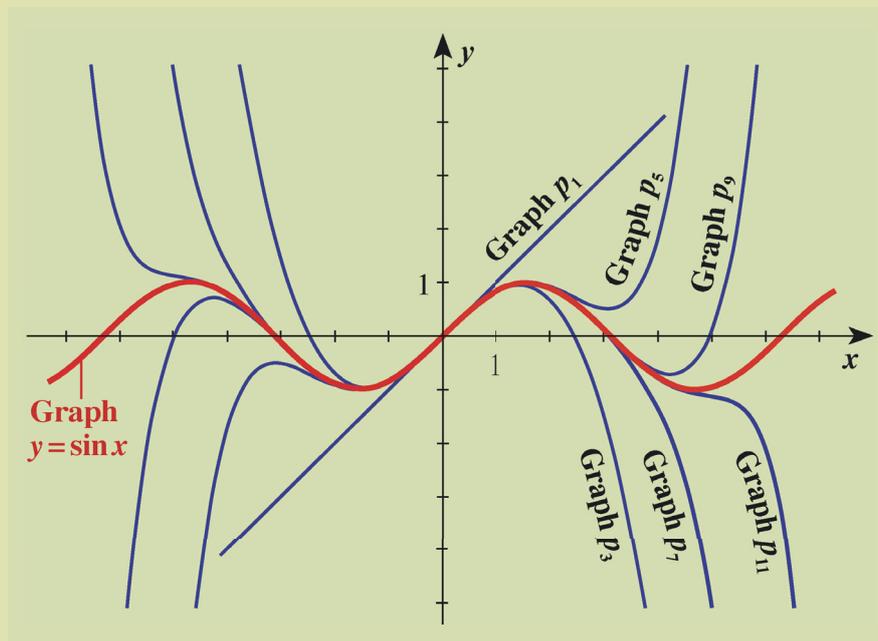


Differenzialrechnung

Skript
für den Unterricht

Theorie und Übungen



Karl Wirth

1. Auflage
© 2009 K. Wirth, Zürich
Printed in Switzerland
ISBN 978-3-905681-46-8

Bestellungen bei:

Verlagsshop: www.fo-publishing.ch/verlag/
E-Mail: verlag@fo-publishing.ch

Telefon: +41 (0)44 986 35 50
Telefax: +41 (0)44 986 35 36

FO-Publishing
ein Geschäftsbereich von
FO Print & Media AG
Gewerbestrasse 18
CH-8132 Egg/ZH

Differenzialrechnung

Skript

für den Unterricht

Theorie und Aufgaben mit Lösungen

Karl Wirth

Vorwort

Das vorliegende Skript befasst sich mit der klassischen Differenzialrechnung, einem Teilgebiet der Analysis. Es besteht aus einer knappen, möglichst übersichtlich und anschaulich gestalteten Theorie sowie vielen zugehörigen Aufgaben mit Lösungen. Das Skript ermöglicht in weiten Teilen die Durchführung eines individualisierten Unterrichts. Es kann aber auch für einen effizienten Schnelldurchgang genutzt werden, was zwangsläufig eine Beschränkung bei den Aufgaben erforderlich macht.

Die in diesem Skript vermittelten Grundkenntnisse erlauben eine problemlose Weiterführung der Analysis, die nach meinem Dafürhalten an einer Mittelschule nicht nur Integralrechnung, sondern auch Beispiele von anwendungsbezogenen Differenzialgleichungen umfassen sollte.

Im Prinzip wird das Vorhandensein eines graphikfähigen Symbol-Taschenrechners (kurz TR) vorausgesetzt; allenfalls genügt auch ein nur graphikfähiger TR (ein paar wenige Aufgaben sind dann wegzulassen). In welchem Ausmass der TR zur Anwendung gelangen soll, kann der Benutzer weitgehend selber bestimmen. Lediglich an wenigen Stellen wird die Verwendung des TR explizite gefordert: Entsprechende TR-Anweisungen sind doppelt unterstrichen (differ etc.). Ebenfalls doppelt unterstrichen sind die Nummern von Aufgaben, die nur mit Hilfe des TR gelöst werden können.

Der Theorieteil ist manchmal mit Lücken versehen (durch Punktierung gekennzeichnet). Dies soll dazu beitragen, beim Lesen des Textes aktiv zu bleiben. Was in die Lücken einzufüllen ist, ergibt sich aus dem Kontext. Die Richtigkeit der Einträge kann mit Hilfe des Anhangs überprüft werden.

Der Übungsteil ist, wie bereits angedeutet, recht umfangreich. Viele Aufgaben dienen in erster Linie der Festigung des in der Theorie behandelten Stoffes. Es gibt aber auch Aufgaben, welche die Theorie ergänzen. Ausserdem finden sich weiterführende oder schwierigere Aufgaben (diese sind mit * markiert).

Es wurde versucht, dem Schreib- und Rechen-Fehlerteufel Einhalt zu gebieten. Sollte er trotzdem an der einen oder andern Stelle seine Spuren hinterlassen haben, so bitte ich freundlich, dies zu melden an wirthk@gmx.ch.

Bei diesem Skript waren auch eine Kollegin und zwei Kollegen beteiligt: Mehrfach ermunterte mich Karin Mendes de Leon, diese Arbeit in Angriff zu nehmen, und sie hat dann auch das Manuskript im Detail kritisch geprüft. Die perfekten Zeichnungen erstellte Peter Raeber, dem ich darüber hinaus eine Reihe von Anregungen zu verdanken habe. Wertvolle fachliche und didaktische Hinweise erhielt ich zudem von Niklaus Sigrist nach seiner sorgfältigen Durchsicht des Manuskripts. Ihnen allen möchte ich ganz herzlich danken. Ein Dankeschön geht überdies an die Herren Bieri und Bergamin vom Fotorotar-Verlag für die einmal mehr gute Zusammenarbeit.

Karl Wirth, Mai 2009

Inhaltsverzeichnis

THEORIETEIL

A. EINLEITUNG	
A1. Einige Vorbemerkungen	1
A2. Geschichtliches (Newton, Leibniz)	2
A3. Funktionen	4
B. GRENZWERTE	
B1. Grenzwerte für x gegen eine Zahl	6
B2. Grenzwerte mit Einbezug von $\pm\infty$	8
B3. Stetigkeit	9
B4. Grenzwertrechnen	10
B5. Folgen und Reihen	12
B6. Präzisierung des Grenzwertbegriffs	16
C. DER ABLEITUNGSBEGRIFF	
C1. Einleitendes Beispiel	18
C2. Differenzialquotient oder Ableitung	19
C3. Beispiele von Ableitungen	20
C4. Differenzierbarkeit	22
C5. Einbezug höherer Ableitungen	23
D. POLYNOMFUNKTIONEN	
D1. Begriffe und einige Eigenschaften	26
D2. Erste Ableitungsregeln	28
D3. Gleichungen n -ten Grades	29
D4. Vier Probleme	31
E. WEITERE FUNKTIONSTYPEN	
E1. Produkt-, Kehrwert- und Quotientenregel	38
E2. Gebrochen-rationale Funktionen	40
E3. Kettenregel	41
E4. Nicht rationale Funktionen	42
E5. Approximation durch Polynomfunktionen	44

ÜBUNGSTEIL

Aufgaben zu A	48
Lösungen zu A	51
Aufgaben zu B	55
Lösungen zu B	59
Aufgaben zu C	63
Lösungen zu C	65
Aufgaben zu D	67
Lösungen zu D	71
Aufgaben zu E	76
Resultate zu E	80

ANHANG